MÉTODOS NUMÉRICOS Y SIMULACIÓN
PRÁCTICAS.
Curso 2021/2022. 1º A y C

INTERPOLACIÓN NUMÉRICA

1. **Obligatoria.** Dados los $n+1$ nodos (x_i, y_i), $i = 0, ..., n$,

   (a) Construye una subrutina que tenga como entrada n y dichos nodos, y como salida los coeficientes del polinomio de interpolación asociados en la forma de Newton.

   (b) Construye una función que evalúe el polinomio de interpolación en la forma de Newton en un punto x. Da como entrada x,x_i, $i = 0, ..., n$ y los coeficientes del polinomio de interpolación antes obtenidos, y como salida el valor de dicho polinomio evaluado en el punto x. Usa el algoritmo de Horner.

   (c) Haz un programa que use el código de los aprtados anteriores para elaborar una tabla x, $P(x)$ para $x \in [-5, 5]$ con paso $h = 0.25$, siendo $P(x)$ el polinomio de interpolación de la función $1 + \text{sen}(x)$ en los puntos -4, -2, 0, 0.25, 0.50, 1, 1.5, 2, 2.5.

2. Se define $p(x)$ como el polinomio de grado 20 que interpola a la función

$$f(x) = \frac{1}{1 + 6x^2}$$

en 21 nodos igualmente espaciados en el intervalo $[-1, 1]$. Incluir como nodos a los extremos del intervalo.

- Imprima una tabla con los valores de $f(x)$, $p(x)$ y $f(x) - p(x)$, en 41 puntos igualmente espaciados en el intervalo.
- Repita el punto anterior, pero usando los *nodos de Chebyshev* dados por:

$$x_i = \cos\left(\frac{2i+1}{42}\,\pi\right) \quad (0 \leq i < 20)$$

Interpreta los resultados y extrae conclusiones.

3. Construye un programa que tenga como entrada M pares de puntos experimentales (x_i, y_i) y que tenga como salida los parámetros A y B de una función exponencial,

$$y = A\, e^{Bx}$$

resultantes de un ajuste por mínimos cuadrados a los datos de entrada.

Tener en cuenta que los parámetros que ajustan la curva vienen dados por

$$\begin{aligned} \ln A &= \frac{\langle x^2 y\rangle \ \langle y \ln y\rangle - \langle xy\rangle \ \langle xy \ln y\rangle}{\langle x^2 y\rangle \ \langle y\rangle - \langle xy\rangle^2} \ , & (1) \\ B &= \frac{\langle y\rangle \ \langle xy \ln y\rangle - \langle xy\rangle \ \langle y \ln y\rangle}{\langle x^2 y\rangle \ \langle y\rangle - \langle xy\rangle^2} \ , & (2) \end{aligned}$$

donde la expresión $\langle \ldots \rangle$ denota el valor medio de la función, es decir:

$$\langle f(x, y)\rangle = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} f(x_i, y_i) \ . \quad (3)$$

Utiliza el programa para ajustar los datos de la Tabla 1. Representa gráficamente la curva obtenida junto a los datos y comenta el resultado.

x_i	y_i
1	47.023
4	40.229
7	34.916
10	27.043
13	23.365
16	18.435
19	18.874
22	14.488
25	13.569
28	11.061
31	10.125
34	8.562
40	5.688
43	5.229
46	3.84
49	3.42

Table 1: Los datos proporcionados corresponden al número de partículas medido por unidad de tiempo de una sustancia radiactiva que se desintegra. Los valores de x_i tienen unidades de 14 días. Los valores de y_i corresponden al número de núcleos restantes (expresados en micromoles). La ley de desintegración es exponencial $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, donde N_0 es la cantidad inicial de sustancia, en $t = 0$.