MÉTODOS NUMÉRICOS Y SIMULACIÓN
PRÁCTICAS.

Curso 2021/2022. 1º A y C

RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

1. Resolver la ecuación diferencial ordinaria (EDO):

$$y' + 2x^2 + 3y = 0,$$

con condiciones iniciales $y(0) = -2$, en el intervalo $0 < x < 2$.

Hacer en cualquier caso una tabla que muestre x, $y(x)$ (analítica) [1], $y(x)$ (numérica) y el error relativo, con paso $h = 0.05$, usando los siguientes métodos para resolverla:

- Numéricamente con la aproximación de Euler, también llamada de la tangente. Resumen del método de Euler: dada una EDO de la forma: $y' = f(x, y)$, con condiciones iniciales $y_0 = y(x_0)$, el algoritmo de Euler es:

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n) \ ,$$

donde $x_{n+1} = x_n + h$ y donde y_{n+1} es el resultado aproximado del método para $y(x_{n+1})$.

- (**Obligatorio**) Numéricamente con el método clásico de Runge–Kutta de orden 2 (RK2). Resumen del método de RK2: dada una EDO de la forma: $y' = f(x, y)$, con condiciones iniciales $y_0 = y(x_0)$, el algoritmo de RK2 es:

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= y_n + (K_1 + K_2)/2 \\ K_1 &= hf(x_n, y_n) \\ K_2 &= hf(x_n + h, y_n + K_1) \ , \end{aligned}$$

donde $x_{n+1} = x_n + h$, y donde y_{n+1} es el resultado aproximado del método para $y(x_{n+1})$.

- Numéricamente, con el método clásico de Runge–Kutta de orden 4 (RK4). Resumen del método RK4: dada una EDO de la forma: $y' = f(x, y)$, con condiciones iniciales $y_0 = y(x_0)$, el algoritmo de RK4 es:

$$\begin{aligned} y_{n+1} &= y_n + K_1/6 + K_2/3 + K_3/3 + K_4/6 \\ K_1 &= hf(x_n, y_n) \\ K_2 &= hf(x_n + h/2, y_n + K_1/2) \\ K_3 &= hf(x_n + h/2, y_n + K_2/2) \\ K_4 &= hf(x_n + h, y_n + K_3) \ , \end{aligned}$$

donde $x_{n+1} = x_n + h$ y donde y_{n+1} es el resultado aproximado del método para $y(x_{n+1})$.

[1] La solución analítica de la ecuación diferencial es $y_{\text{ana}}(x) = -\frac{50}{27}\, e^{-3x} - \frac{2}{27}\left(9x^2 - 6x + 2\right)$