MÉTODOS NUMÉRICOS Y SIMULACIÓN.
GRADO EN FÍSICA, 1º A y 1ºC
Curso 2021/2022

Problemas: Aritmética del ordenador

1. Usar una calculadora de bolsillo para determinar el número e, cuyo valor es $e = 2.718281828...$, usando la definición:

$$e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

Hacer una tabla de n, $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ y observar que para valores de n suficientemente grandes (que dependen de la precisión de la calculadora) empezamos a obtener resultados extraños y si seguimos aumentando el valor de n llegamos a obtener 1 en vez de e. Ésto es debido al error de redondeo. Explicarlo. Para hacer la tabla se sugiere usar $n = 1, 10, 100, 1000, ...$ y después usar más valores de n en alguna región de interés.

2. Hallar el desarrollo en serie de Taylor de $f(x) = \ln(x)$ alrededor de $x = 1$. Acotar para $x \in [1, 2]$ el resto del desarrollo hasta orden n, esto es

$$E_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-c)^{n+1}$$

para el desarrollo de $f(x)$ alrededor del punto c, siendo ξ un punto comprendido entre c y x. Estimar hasta qué orden n del desarrollo de Taylor hay que evaluar para obtener una precisión de 1 en 10^8 en el cálculo de $\ln(2)$. Determinar el n necesario para calcular $\ln(3/2)$ con la misma precisión.

3. Sea $1.d_1d_2...d_N = 1 + d_1 \times 2^{-1} + d_2 \times 2^{-2} + ... + d_N \times 2^{-N}$ la mantisa binaria de cierto ordenador definida por N bits. Determinar el valor máximo de la mantisa (en base decimal) sumando la progresión geométrica

$$\sum_{k=0}^{N}\frac{1}{2^k}$$

4. Si definimos un tipo de variable entera que ocupa 8 bytes, es decir, INTEGER*8, determinar el rango de los enteros que describe.

5. Definiendo un tipo de variable real que ocupa 16 bytes (REAL*16) y suponiendo que reservamos 16 bits para representar el exponente, determinar el rango de los números reales que describe y el número de dígitos decimales significativos que contiene.

6. Determinar el número de términos que tenemos que calcular de

$$e = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{k!}$$

para aproximar el número e con un error inferior a 6/10 en el vigésimo decimal.