

**MÉTODOS NUMÉRICOS Y SIMULACIÓN.**  
**GRADO EN FÍSICA, 1º A y 1º C**  
**Curso 2021/2022**

**Problemas: Ecuaciones no lineales. Búsqueda de ceros de funciones**

1. Diseñar un algoritmo basado en el método de Newton–Raphson para el cálculo de la raíz quinta de cualquier número real positivo. Aplíquelo al cálculo de  $(30)^{1/5}$ , partiendo del entero más próximo.
2. (a) Describir el *método de la secante* para la obtención de ceros de una función.  
(b) Usando dicho método, encontrar un cero de la función

$$f(x) = x^3 - x^2 - 16x + 16,$$

con al menos cuatro cifras decimales exactas, partiendo de los puntos iniciales

$$x_0 = -1; x_1 = 0$$

3. Comenzando con  $x_1^{(0)}=2$ ,  $x_2^{(0)}=1$ , resuelva con el método de Newton:

$$\begin{aligned}\sin^2(x_1) - \cos(x_2) &= 0 \\ x_1 - x_2^2 &= 0\end{aligned}$$

4. Usando el método de Newton, halle una solución del sistema no lineal de ecuaciones:

$$\begin{aligned}4y^2 + 4y + 52x &= 19 \\ 169x^2 + 3y^2 + 111x - 10y &= 10\end{aligned}$$

5. Comenzando con  $(0, 0, 1)$ , efectúe una iteración del método de Newton para la resolución de sistemas no lineales para el sistema:

$$\begin{aligned}xy - z^2 &= 1 \\ xyz - x^2 + y^2 &= 2 \\ e^x - e^y + z &= 3\end{aligned}$$

6. El método de Halley para resolver la ecuación  $f(x) = 0$  hace uso de la fórmula de iteración:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f_n f'_n}{(f'_n)^2 - f_n f''_n / 2}$$

donde  $f_n = f(x_n)$  y análogamente para el resto. Demuestre que esta fórmula es el resultado de aplicar la iteración de Newton a la función  $f/\sqrt{f'}$ .

7. Desarrolle dos iteraciones del método de búsqueda de ceros de Newton complejo aplicándolo a la función compleja  $f(z) = 1 + z^2 + e^z$ , tomando como valor inicial  $z_0 = -1 + 4i$ .
8. Efectúe dos iteraciones del método de Newton para sistemas de ecuaciones, para:

$$\begin{aligned}1 + x^2 - y^2 + e^x \cos y &= 0 \\ 2xy + e^x \sin y &= 0\end{aligned}$$

Use valores iniciales  $x_0 = -1$ ,  $y_0 = 4$ . Relacione este problema con el ejercicio anterior.

9. Usando el método de Newton, hallar una solución del sistema no lineal de ecuaciones

$$\begin{aligned}x_1^2 - x_2^3 &= 0 \\2x_1 + 3x_2 &= 0\end{aligned}$$

Partir de  $x_1^{(0)} = -3$  y  $x_2^{(0)} = 2$ . Las soluciones exactas de este sistema son  $(0, 0)$  y  $(-27/8, 9/4)$ .

10. Usar el algoritmo de Horner para encontrar  $p(4)$  si:

$$p(z) = 3z^5 - 7z^4 - 5z^3 + z^2 - 8z + 2$$