MÉTODOS NUMÉRICOS Y SIMULACIÓN.
GRADO EN FÍSICA, 1º A y 1ºC
Curso 2021/2022

Problemas: ECUACIONES DIFERENCIALES

1. El número de células clonogénicas de un tumor N crece de acuerdo con la ecuación:

$$\frac{dN}{dt} = aN - bN^2 \ ,$$

con $a = \frac{1}{6} \cdot 10^{-2}$ (en mes^{-1}) y $b = \frac{1}{3} \cdot 10^{-8}$ (en células^{-1} mes^{-1}). Si en un instante determinado t_0 el tumor tiene $7 \cdot 10^3$ células, calcular el número de células que tendrá el tumor transcurridos 1, 2, 3, 4, y 5 años. Utilizar los métodos de Euler y Euler–Cauchy y comparar los resultados.

2. Deducir la fórmula de Runge–Kutta de orden 2 para la resolución de la ecuación diferencial ordinaria de primer orden dada por $x' = f(x,t)$. Aplicar dicha fórmula para resolver la ecuación diferencial ordinaria de primer orden:

$$x'(t) = t + x(t) \ ,$$

con la condición $x(0) = 1$, en el intervalo $[0, 0.2]$ con paso $h = 0.05$. Comparar los resultados con la solución analítica.

3. Convierta el problema de condiciones iniciales (CI):

$$x'''\text{sen}\,(t) + \cos\,(tx) + \text{sen}\,(t^2 + x'') + (x')^3 = \log\,(t)$$

con $x(2) = 7$, $x'(2) = 3$ y $x''(2) = -4$, en un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden con CI.

4. Use los métodos de Euler y de Runge–Kutta de orden 2 con paso $h = 0.01$ para estimar el valor de x, x' y x'' en el punto $t = 2.01$ para la función $x(t)$ que es solución de la ecuación diferencial del ejercicio anterior.

5.
   - Transforma el problema de condiciones iniciales:

$$x''' - \text{sen}\,(x'') + \exp(t)x' + 2t\cos x = 25.$$

     con $x(0) = 5$, $x'(0) = 3$ y $x''(0) = 7$, en un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden con CI.
   - Estima el valor de x, x' y x'' en el punto $t = 0.01$ con el método que prefieras.

6. Resolver la ecuación diferencial:

$$(e^t + 1)x' + xe^t - x = 0$$

con $x(0) = 3$, en el intervalo $-2 \leq t \leq 0$, con paso $h = -0.02$. Usar varios métodos: Euler, Runge–Kutta de orden 2, Euler modificado y Taylor de orden 2. Comparar con el resultado exacto.